

Faktorenzerlegung ganzer Zahlen und ihre Verbindungen

In diesem Kapitel widmen wir uns der geometrischen Darstellung der Faktoren ganzer Zahlen, wie sie Fritz Noetling vor mehr als achtzig Jahren beschrieben hat. Das Atemberaubende an dieser Basisstruktur liegt in ihrer monumentalen Einfachheit, die auch jeder Wissenschafts-laie in wenigen Minuten verstehen kann. Sie zeigt die Entwicklung der natürlichen ganzen Zahlen (hier kurz als "Zahlen" vorgestellt) von ihrem transzendenten Ursprung - der Einheit 1^2 - bis zu ihren Manifestationen im materiellen Bereich, wo sie in der universellen Matrix verankert bleiben.

Dieser Schöpfungsvorgang der Zahlen als kristalline Engramme, formgebende Prinzipien oder fraktale Softwarepakete des Kosmos bildet die Grundlage allen Seins, der auch alle physikalisch beobachtbaren Prozesse folgen. So zeigt sich hier deutlich, dass die Ausbreitung von Schwingungen, welche durch das reziproke Quadratgesetz beschrieben werden, auf die Entwicklung der Zahlen an sich zurückzuführen sind, wie sie *Abbildung 1* illustriert.

Es lässt sich anhand der geometrischen Darstellung auch nachvollziehen, worin die Verbindung zur Euler'schen Zahl e besteht, und warum diese nicht in der üblichen Summenform als Grenzwert der Folge $1/n!$ dargestellt werden sollte, sondern als Summe der Folgen $1!/n!$.

Des Weiteren kann man sehr eindrücklich die Entwicklungsspuren der Zahlen in Gestalt ihrer Parabelbahnen beobachten, welche die Methode der kleinsten Quadrate bestmöglich beschreibt. Beginnen möchte ich diesen Beitrag jedoch mit der geometrischen Darstellung der ungeraden Primzahlen, die ich als selbst-referenzielle Signaturen definiere, weil sie keine Faktorenzerlegung aufweisen und so direkt mit der Ursprungsmatrix – *dem Quantenvakuum, dem Weltäther, der Leere* – verknüpft sind.

In diesem Text finden sich nur Hinweise auf die wesentlichsten Aspekte der Zahlenentwicklung, wobei Hinweise auf mathematische Themen bzw. Theoriemodelle aus der Physik helfen sollen, die Verbindung zur phänomenologischen Welt herzustellen. Das vorliegende Skript möchte die Leserschaft dazu anregen, sich eigenständig mit dem angebotenen Material auseinanderzusetzen, um die individuelle Kreativität und den persönlichen Genuss des Erkennens zu fördern.

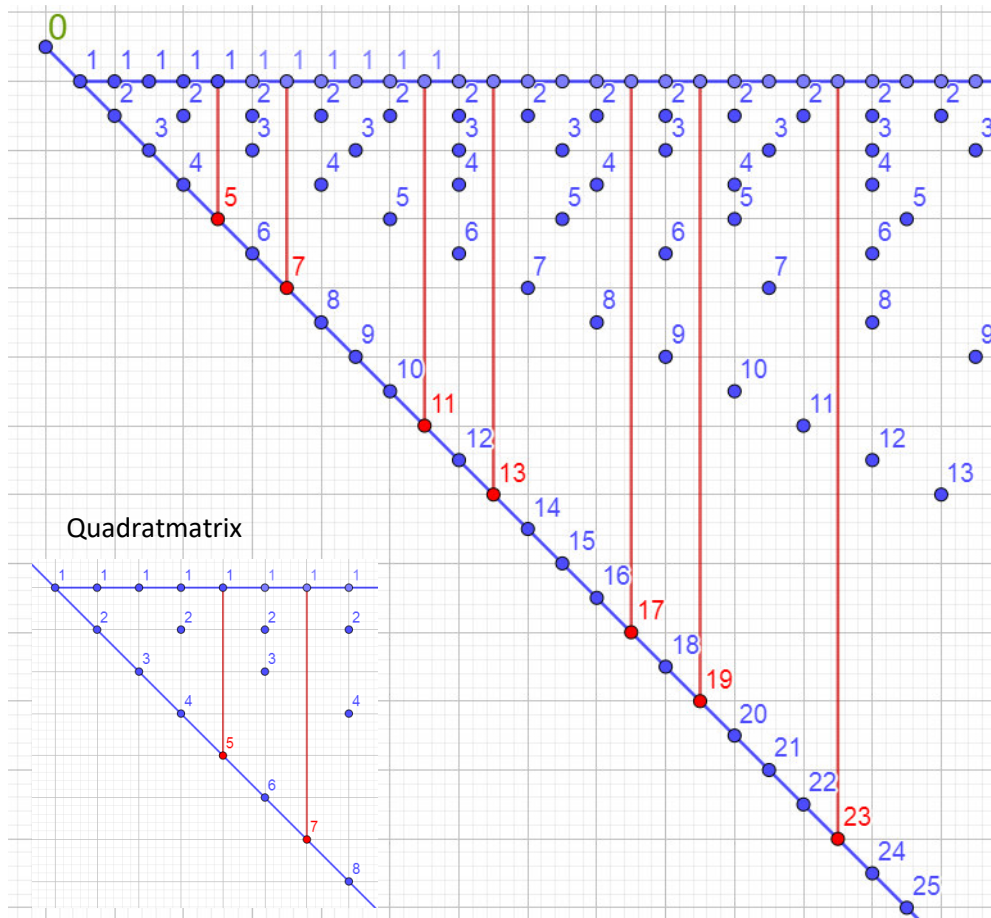
Faktorentabelle und Primzahlen

Die nachfolgende *Abbildung 1* zeigt die Faktorenzerlegung der natürlichen, ganzen Zahlen und ihre Entwicklung, wobei die geometrischen und arithmetischen Aspekte in perfekter Harmonie zueinander stehen. Die Regel nach der sich die Zahlen entfalten ist dabei denkbar einfach.

Die erste Reihe zeigt die fortlaufende Entwicklung der Einheit 1^2 in Einserschritten, die zweite Reihe die Ausbreitung der 2 in Zweierschritten, die dritte Reihe enthält alle Dreierschritte und so fort, wobei die Diagonale komprimiert die Folge der ganzen Zahlen wiedergibt. Allgemein betrachtet besitzt die Diagonale als Quadratmitte die doppelte Potenz ihrer zwei Seiten, weshalb die Zahlen auf der Diagonale immer eine Zweifachbedeutung aufweisen. Einerseits repräsentieren sie *arithmetisch* als "Punkte" fixe Positionen auf der Diagonalen, andererseits stehen sie *geometrisch* interpretiert als "Zwischenräume" für flächige, quadratische Matrixelemente, Quadrate genannt.

Die Faktorentabelle vermittelt einen guten Einblick, wie diese harmonisch miteinander verwobenen Aspekte strukturiert sind, und welche gängigen Theorien damit Hand in Hand gehen.

Abbildung 1 Faktorentabelle und selbstreferenzielle Signaturen (ungerade Primzahlen)



Wie deutlich zu erkennen ist, besitzen die *selbstreferenziellen Signaturen* keine Teiler im Feld, sodass ihre Verbindung zum Ursprung (Reihe der Einsen) direkt gezogen werden kann. Die fehlenden Teiler führen so zu Leerstellen oder Leerräumen, welche die unendlichen Zahlenreihen des Ursprungs und der Zahlen ausfüllen.

Die ungeraden Primzahlen sind hier ab dem ersten Primzahlzwilling $6n \pm 1$ für Zahlen größer/gleich Eins dargestellt, weil die Zahl 3 nicht zu den ungeraden Primzahlen zu zählen ist und eine Sonderstellung einnimmt.

Die Zahlenentwicklung führt zu verschiedenen Zahlenstrahlen, welche vom Beginn der Diagonale ausgehen und den Raum füllen. Ihre Faktoren bilden die Ankerpunkte, welche die Zahlen in der Raum-Zeit bzw. im Zeit-Raum fixieren.

Hinweis:

Der Zahlenursprung liegt in der Zahl 1^2 begründet, welche durch ihre drei Aspekte -1 , 0 und $+1$ erfassbar wird. Die geometrische Entsprechung ist das Tetraeder, welches immer drei Ecken auf einer Ebene besitzt und deren vierte Ecke die Einheit 1^2 auf einer übergeordneten Stufe symbolisiert. Genauso wie die 1^2 als Grundlage der materiellen Schöpfung dreifach strukturiert ist, besteht der transzendente Zwilling der 1^2 aus drei Aspekten. Diese imaginäre Entität i^4 enthält die Anteile $-i^2$, 0^2 und $+i^2$ und bildet mit der Einheit 1^2 einen einzigen Komplex.

Die Diagonale mit den fortlaufenden dreidimensionalen Zahlen 2 bis Unendlich beginnt am Ursprung mit den höherdimensionalen Entitäten Null (vierdimensional) bzw. Doppelnul oder Null-Quadrat (fünfte Dimension). Näheres zur Schöpfung aus der Leere findet sich auf:

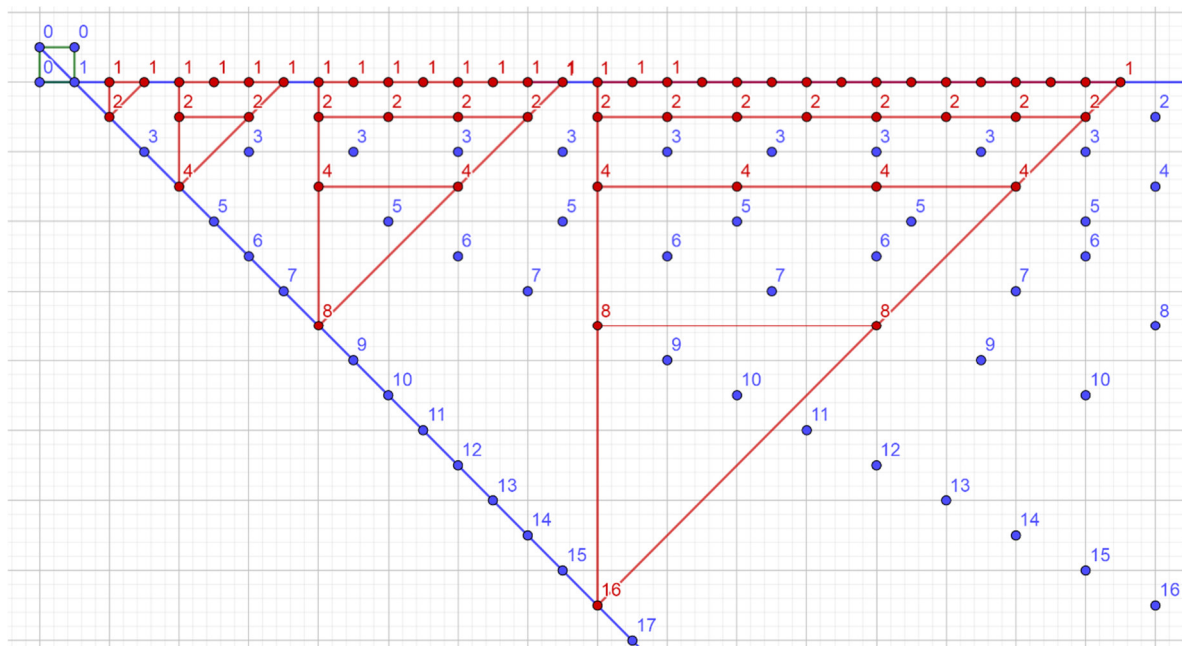
<https://www.zahlen.cc/dokumente/Perioden%20und%20Dezimalsystem.pdf>

Elementale oder gerade Primzahlen und ihre Faktoren

Hier möchte ich die Serie der *Elementale* ("gerade Primzahlen") auflisten. Damit ist die Folge $2^n = 2, 4, 8, 16, 32, 64$ usw. gemeint, deren Glieder ausschließlich durch Verdopplung erzeugt werden, womit der universell einfachste Wachstumsprozess angesprochen wäre.

Die Faktorenverbindung in rot dargestellt führt geometrisch in der Faktorentabelle zu drei Hauptaspekten, der horizontalen (x-Achse), der vertikalen (y-Achse) und der Diagonalen. Diese im rechten Winkel zur Ausbreitung der ganzen Zahlen stehende verknüpft die Faktoren der betreffenden Zahl, wie nachstehend ersichtlich.

Tabelle 1 Faktorenerlegung der Elementale



In der ersten Reihe stehen ausschließlich die Faktoren 1, wobei die Zahl 2 genau 2 Einsen auf der Horizontalen verbindet, die Zahl 4 genau 4 Einsen, die Zahl 8 exakt 8 Einsen und so fort. Interessanteweise führt diese Art der Teiler Darstellung dazu, dass in der ersten Reihe keine Lücken verbleiben, und die geraden Primzahlen die Folge der Einsen nahtlos miteinander verbinden.

Es ist einfach zu erkennen, wie beispielsweise die geometrische Faktorenverbindung der Zahl 8 all ihre internen Teiler anzeigt. Auf der Basislinie (lauter Einsen) und auf der Diagonale (der Folge der ganzen Zahlen) finden sich die trivialen Teiler 1 bzw. 8, im Feld horizontal gelagert finden sich die Teiler 2 und 4. Die arithmetischen Multiplikationen $1 \cdot 8$, $2 \cdot 4$, $4 \cdot 2$ und $8 \cdot 1$ sind hier deckungsgleich mit der geometrischen Ebene, wie obige Tabelle verdeutlicht.

Man kann auch festhalten, dass sich die unendliche Folge der Einsen projektiv in den Elementalen ausdrückt, welche somit komprimierte informelle Entitäten repräsentieren. Es ist daher leichter nachvollziehbar, warum die Schöpfung auf den geraden Primzahlen aufbaut (Zellteilung, Obertonreihe usw.), die auch die Wiege der ungeraden Primzahlen darstellen, siehe den link: <https://www.zahlen.cc/dokumente/Die%20Riemann'sche%20Vermutung.pdf>

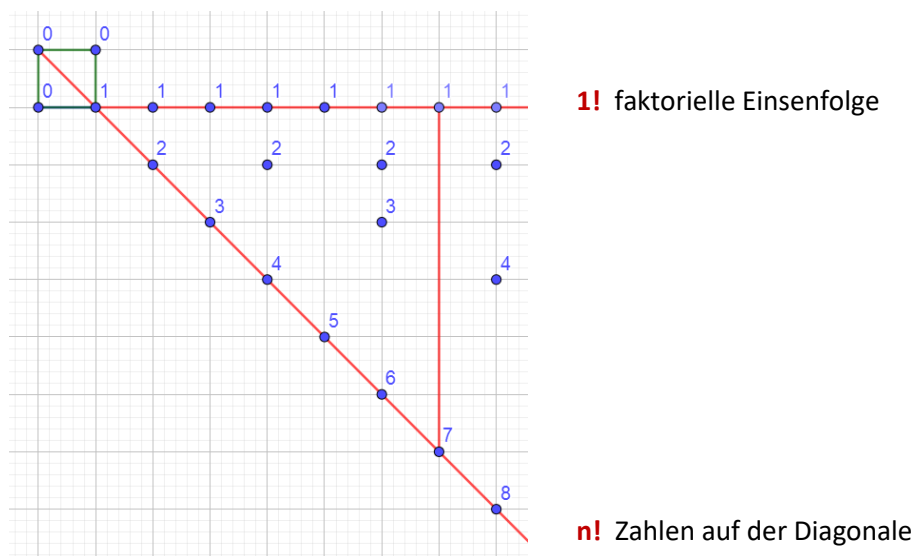
Hinweis: die ungeraden Primzahlen besitzen ausschließlich (triviale) Faktorenverbindungen auf der vertikalen Achse, die geraden Primzahlen (außer den trivialen) jedoch nur auf der Horizontalen, wobei exakt ein 90° Grad Winkel die beiden Achsen voneinander trennt.

Der Vollständigkeit halber möchte ich noch die *Komposite* erwähnen und damit sind Zahlen angesprochen, welche aus unterschiedlichen Teilern zusammengesetzt sind, wie etwa die Zahl 6 oder 12. Alle drei Begriffe – selbstreferenzielle Signaturen, Elementale und Komposite – habe ich hier eingeführt, weil die derzeitige Definition einer Primzahl unnatürlich ist und auch nichts über ihre Charakteristika im Speziellen aussagt.

Die Faktorenerlegung und die Euler'sche Zahl e

Betrachten wir die Faktorenerlegung als polare Struktur, wo die Ausgangsbasis oder die Reihe der Einsen mit der Reihe der natürlichen, ganzen Zahlen auf der Diagonale verbunden ist, wird klar, warum die Summendarstellung der *Euler'schen Zahl e* nicht $1/n!$ lauten kann, sondern $1!/n!$

$$e = \sum 1!/0! + 1!/1! + 1!/2! + 1!/3! + 1!/4! + \dots = 1 + 1 + 0.71828182846\dots = 2.71828182846\dots$$



Die Zahl 7 beispielsweise ist durch die senkrechte Linie mit ihrem Ursprung (1) verbunden. Die Abfolge der ganzen Zahlen auf der Diagonale reicht von der 1, 2, 3, 4, 5, 6, bis zur 7 und entspricht der Vorschrift "faktorielle", was insofern nachvollziehbar ist, da ja obige Tabelle die Faktorenerlegung der ganzen Zahlen abbildet. Da jedoch nicht nur die ganzen Zahlen (auf der Diagonale) eine Entwicklung abbilden, sondern auch die "x-Achse" oder die Folge der Einsen, muss auch dort die Prozesshaftigkeit adäquat ausgedrückt werden. Mit anderen Worten, auch im Zähler wirkt die Vorschrift "faktorielle" gleichermaßen wie im "Nenner" auf der Diagonalen. Deshalb ist die Darstellung der Euler'schen Zahl e als Summe der Form $1!$ durch $n!$ zwingend erforderlich.

Hinweis: der Satz von Wilson setzt die Zahlen nicht mit ihrem Ursprung (Einsfolge auf der x-Achse), sondern mit sich selbst in Beziehung, wodurch auf der Diagonalen die singuläre *Punktmenge* einer Zahl (zB: 3) mit ihren *Intervallen* ($3!$ Multiplikation, *Linie*) in Relation gesetzt wird:

$$\text{Summe } n/n! = 1/1! + 2/2! + 3/3! + 4/4! + \dots = 1 + 1 + 1/2 + 1/6 + 1/24 + 1/120 + \dots = e$$

Eine weitere Verbindung ergibt sich über die Zahlenstruktur zwischen den polaren Aspekten der Ursprungsreihe (1 1 1 1...) und der Diagonalen, die sich geometrisch als Parabeln darstellen und arithmetisch mit der Verknüpfung "faktorielle" einhergehen, siehe nachfolgende Abbildung. Dort zeigt sich, dass die einfachste Form der Parabel $y = x^2$ die Verbindungslinie einer Zahl zu ihrem Ursprung nachzeichnet. Die Parabelwerte werden durch fortlaufende Faktoren gebildet, welche jeweils um eine Einheit ("y-Achse", vertikale Orientierung) versetzt sind. So findet etwa die Zahl 7

über die Faktoren 6 und 5 zum Umkehrpunkt $U = 4$, und verläuft exakt spiegelbildlich über die Faktoren 3 und 2 bis zur 1, die genau der 7 gegenüberliegt. Dadurch kann die Beziehung einer Zahl (n) zu ihrem Ursprung – der Zahl 1 – folgendermaßen verallgemeinert werden:

$$\text{Relation } n \cdot 1! / 1 \cdot n!$$

Im Zähler findet sich n -mal die Zahl an Einsen (die derartig faktorisiert zum Nullpunkt rückverbunden werden) und im Nenner steht die betreffende Zahl auf der Diagonale mit der Besonderheit, dass die Verknüpfung "faktorielle" zwei Mal zum Tragen kommt. Einerseits definiert sie die Entwicklung aus der Null entlang der Diagonale und andererseits ist sie Anfangs- bzw. Endpunkt einer Parabel, die ebenfalls eine lückenlose Faktorenverbindung zwischen der Zahl und ihrem Ausgangspunkt aufweist.

Alle ungeraden Zahlen besitzen genau einen Umkehrpunkt, dessen Wert sich folgendermaßen berechnet: Zahl n plus 1 dividiert durch 2 = $U \rightarrow$ zB: Zahl 7: $7 + 1 = 8$ und $8/2 = 4 = U$

Zählt man die Abstände auf der horizontalen Achse, so sind die Distanzen von einem Faktor auf der Parabel zum nachfolgenden durch die Reihe der ungeraden Zahlen definiert:

zB: Zahl 9

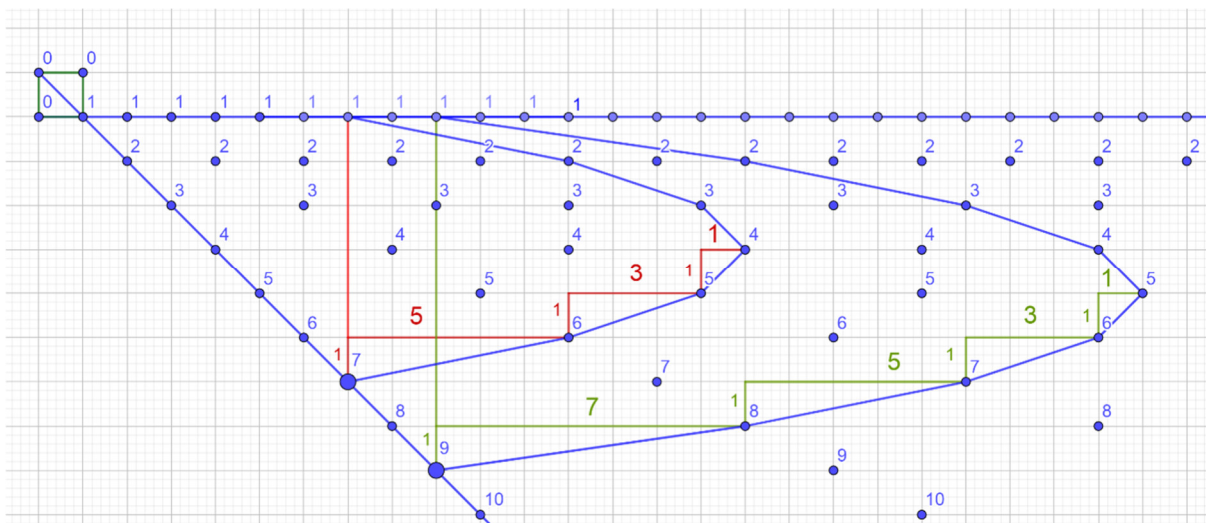
der nächste Faktor 8 ist eine vertikale und 7 horizontale Einheiten von der 9 entfernt
 der nächste Faktor 7 ist eine vertikale und 5 horizontale Einheiten von der 8 entfernt
 der nächste Faktor 6 ist eine vertikale und 3 horizontale Einheiten von der 7 entfernt
 der nächste Faktor 5 ist eine vertikale und 1 horizontale Einheiten von der 6 entfernt

mit dem Faktor 5 ist der Umkehrpunkt erreicht und die Kurve wird horizontal gespiegelt

ausgehend von der Zahl 9 auf der Diagonale lauten die horizontalen Abstände 7-5-3-1-1-3-5-7 bis zur 1 auf der ersten Reihe, die der 9 gegenüberliegt.

Addiert man die ungeraden Zahlen bei jedem Schritt vom Anfang an so zeigt sich, dass diese permanent Quadratformen erzeugen:

$$1+3 = 4 = 2^2 \quad 1+3+5 = 9 = 3^2 \quad 1+3+5+7 = 16 = 4^2 \quad 1+3+5+7+9 = 25 = 5^2 \quad \text{usw.}$$



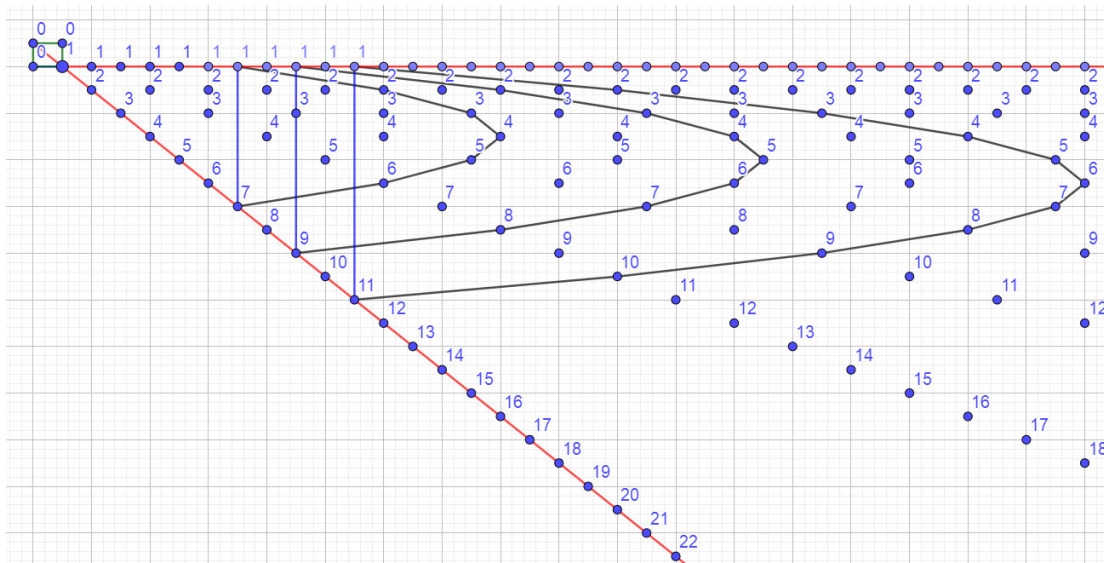
Die geraden Zahlen besitzen eine Faktorenfolge welche nur gerade Zahlen als Abstandsgrößen enthält und mit der Null am Umkehrpunkt endet, wie leicht festzustellen ist:

zB.: Zahl 8

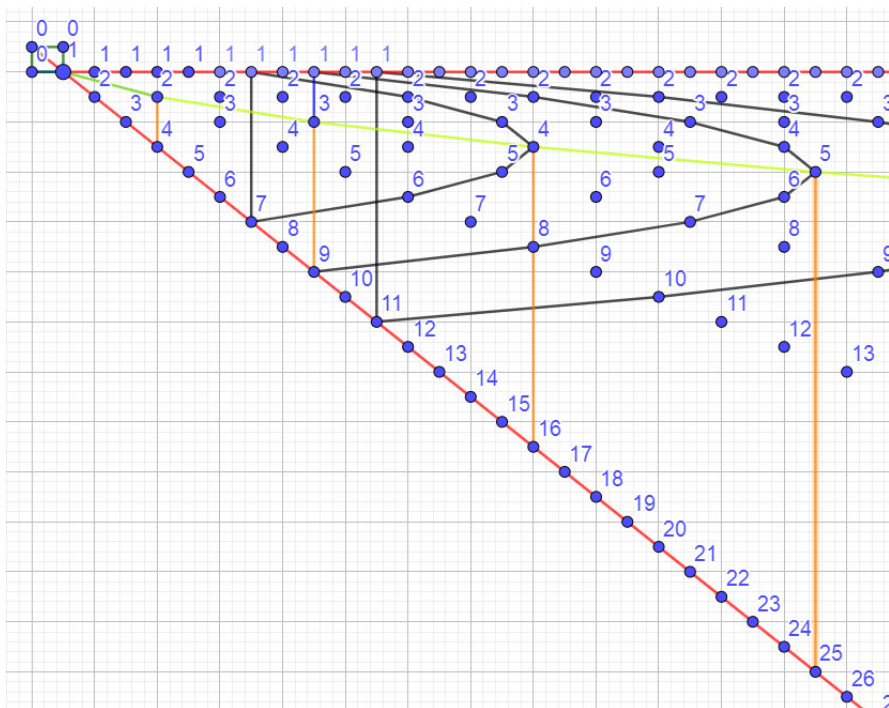
der nächste Faktor 7 ist eine vertikale und 6 horizontale Einheiten von der 8 entfernt
der nächste Faktor 6 ist eine vertikale und 4 horizontale Einheiten von der 7 entfernt
der nächste Faktor 5 ist eine vertikale und 2 horizontale Einheiten von der 6 entfernt
der nächste Faktor 4 ist eine vertikale und 0 horizontale Einheiten von der 5 entfernt

Verbindung der Zahlen zum Ursprung – die Parabeln

Abbildung 2 Zahlenentwicklung und Parabelbahnen



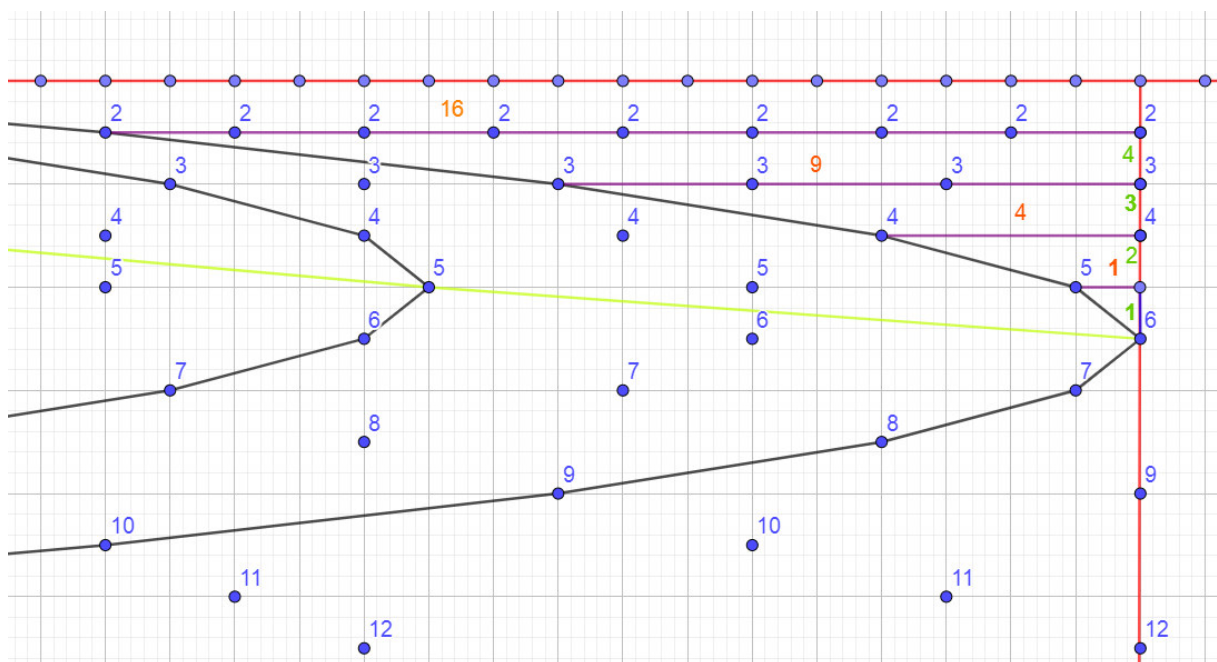
Umkehrpunkte und Quadratzahlen



Die Linie der Umkehrpunkte $U_1 = 2, U_2 = 3, U_3 = 4, U_4 = 5$ bildet einerseits die Reihe der ganzen Zahlen ab, andererseits auch die Entwicklung der Zahlenquadrate, wenn man die in orange gezogenen Strecken verfolgt. Dort beobachten wir die Verbindung zwischen dem Umkehrpunkt 2 mit der Zahl $4 = 2^2$ auf der Diagonalen. Der Umkehrpunkt 3 korreliert mit seinem Quadrat oder der Zahl $9 = 3^2$, gleich wie der Umkehrpunkt 4 mit seinem Quadrat – der Zahl 16 – assoziiert ist.

Hier finden wir eine Doppelbelegung der Umkehrpunkte, die sowohl den Wendepunkt der Parabeln darstellen als auch über ihr Quadrat die jeweilige Zahl auf der Diagonalen einbinden. Geht man von den entsprechenden Umkehrpunkten aus und analysiert die Parabel erkennt man, dass hier auch eine intime Verbindung zur Folge der reziproken Quadrate besteht, siehe nachstehende Abbildungen:

Abbildung 3 Parabeln, reziproke Quadrate und Methode der kleinsten Quadrate



Die rote Linie ganz rechts verdeutlicht die Parabelbasis, welche in diesem Fall durch den Umkehrpunkt der Zahl 11 festgelegt ist. Die vertikalen Abstände zum Umkehrpunkt 6 ergeben die Folge 1,2, 3, 4 usw., wobei deren Distanzen zu den Nachbarfaktoren immer **Quadratzahlen** sind:

Distanz Umkehrpunkt 6 zum Faktor 5	= 1 oder 1^2
Distanz Umkehrpunkt 6 zum Faktor 4	= 4 oder 2^2
Distanz Umkehrpunkt 6 zum Faktor 3	= 9 oder 3^2
Distanz Umkehrpunkt 6 zum Faktor 2	= 16 oder 4^2

Somit ergeben sich bei Einbeziehung der Achsen (horizontal/vertikal) und der Abstände zum Umkehrpunkt 6 die Relationen $1:1^2, 1:2^2, 1:3^2$ und $1:4^2$ was zur reziproken Quadratfolge $= \sum 1/n^2$ überleitet.

Außerdem zeigt sich hier die Verbindung der Parabel und die **Methode der kleinsten Quadrate** in Reinform, da die Parabelwerte die Annäherung an den Umkehrpunkt bzw. an das jeweilige Zahlenquadrat abbilden:

Ein Beispiel:

die Zahl 11 besitzt auf ihrer Parabelbahn (siehe Abbildung 3) das Faktorenpaar 5 und 7 in unmittelbarer Nachbarschaft des Umkehrpunktes, die mittensymmetrisch zur Zahl 6 angeordnet sind. Diese ± 1 Differenz führt bekanntermaßen auf der Quadratebene zu einer $\pm 1^2$ Differenz, wie leicht zu zeigen ist:

$$6^2 = 36 \quad \text{Produkt } 5 * 7 = 35 \quad \text{Differenz } 36/35 = \pm 1^2$$

das zweite Faktorenpaar der Parabelbahn der Zahl 11 besteht aus den Zahlen 4 und 8, welche von der Zahl 6 durch eine ± 2 Differenz getrennt sind. Auf der Quadratebene finden sich die Abstände $\pm 2^2 = 4$.

$$6^2 = 36 \quad \text{Produkt } 4 * 8 = 32 \quad \text{Differenz } 36/32 = \pm 2^2$$

das dritte Faktorenpaar wird von den Faktoren 3 und 9 gebildet, deren Quadratdifferenzen 3^2 ergeben:

$$6^2 = 36 \quad \text{Produkt } 3 * 9 = 27 \quad \text{Differenz } 36/27 = \pm 3^2$$

So geht es bis zum ersten bzw. letzten Faktorenpaar auf der Parabel, wobei die lineare Sequenz der Faktoren stets mit einer flächigen und quadratischen Ausdehnung Hand in Hand geht, wie es aus der quadratischen Matrix der zugrundeliegenden Geometrie ersichtlich ist.

Zahlenquadrate und ihr binärer Ursprung

Jede Zahl kann auch als Zahlenquadrat interpretiert werden, wobei die Zahl 2 als Wurzel von $\sqrt{2^2}$ verstanden wird. Ebenso kann die Zahl 3 als Wurzel aus $\sqrt{9} = 3^2$ begriffen werden und so fort. Interessant ist die Tatsache, dass jedes Zahlenquadrat arithmetisch aus zwei gleichwertigen Folgen besteht, welche nur am Anfang (alpha-Aspekt) und am Ende (omega-Aspekt) voneinander abweichen.

In all diesen Fällen beginnt die erste Zahlenfolge mit der Null, die zweite hingegen mit der Eins. Diese Gegebenheit bezeichne ich als binäre Option (siehe auch Abbildung 4).

Beginnen wir mit der Darstellung der Zahl 2:

$$2 = \text{Summe } \{0,1\} \text{ und } \{1,2\} = 2^2$$

beide Reihen enthalten genau 2 Elemente mit den Summen $1 + 3 = 2^2$ oder 4

$$3 = \text{Summe } \{0,1,2\} \text{ und } \{1,2,3\} = 3^2$$

beide Folgen enthalten genau 3 Elemente mit den Summen $3 + 6 = 3^2$ oder 9

$$4 = \text{Summe } \{0,1,2,3\} \text{ und } \{1,2,3,4\} = 4^2$$

beide Reihen enthalten genau 4 Elemente mit den Summen $6 + 10 = 4^2$ oder 16

Man erkennt sehr schön, dass die beiden Zahlenreihen immer genau so viele Elemente aufweisen, wie die Zahl anzeigt. Deren Gesamtsumme ergibt dabei immer das Quadrat der jeweiligen Zahl. Beide

Zahlenfolgen enthalten dieselben Zahlen außer ihren Randwerten, wie auch nachstehendes Beispiel der Zahl 7 anzeigt:

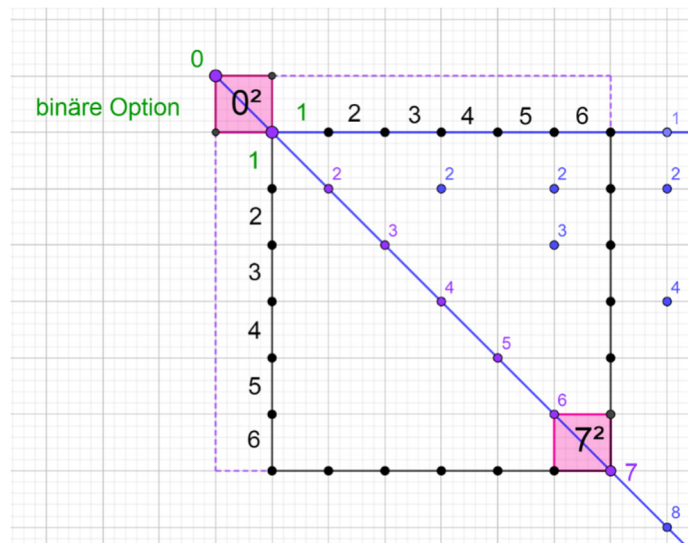
$$7^2 = \begin{array}{r} \{0+1+2+3+4+5+6\} \text{ Summe } 21 \\ \{1+2+3+4+5+6+7\} \text{ Summe } 28 \\ \hline 49 \end{array}$$

$$= 0 + 2 \cdot (1+2+3+4+5+6) + 7 \rightarrow \text{alpha-Wert (0) + omega-Wert (7)}$$

Die beiden Zahlenreihen von 1 bis 6 lassen sich dabei als *Abstände* auf der x-Achse/y-Achse interpretieren, wodurch eine quadratische Fläche aufgespannt wird. Das erste Quadrat (0^2 bzw. 1^2) und das letzte Quadrat (7^2) sind miteinander über die Diagonale verbunden, siehe Abbildung 4:

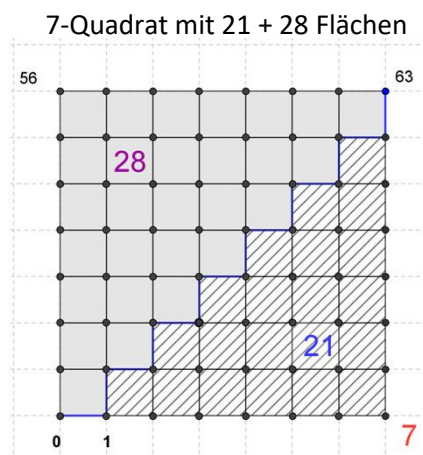
Abbildung 4

Zahlenquadrate und gnomonisches Wachstum



Hinweis: die Darstellung des Wachstums von Quadraten verläuft gnomonisch mit der Charakteristik, dass das neue (letzte) Quadrat immer um die Fläche 1^2 zunimmt. Damit verknüpft ist auch die Binomialformel und das Pascal'sche Dreieck, wie seit langem bekannt ist.

Hier möchte ich darauf hinweisen, dass die arithmetische Summendarstellung der Zahlenreihen $21 + 28$ eine exakte geometrische Entsprechung im 7-Quadrat mit 49 Flächen besitzt:



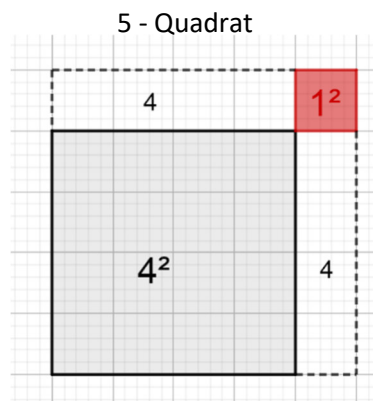
Die Flächenverteilung führt hier zur Relation 21:28, wenn man das Quadrat über die Diagonale gespiegelt in zwei Dreiecke zerlegt, die sich um den Faktor 1^2 (Abstand 0 bis 1) unterscheiden.

Nähere Details finden sich unter: <https://www.zahlen.cc/dokumente/Die%20Zahlenquadrate.pdf>

Binomialformel und Zahlenquadrate

Das gnomonische Quadratwachstum kann durch die Binomialformel $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ beschrieben werden, wobei b^2 immer dem 1^2 ("Eins-Quadrat") entspricht. Der Ausdruck a^2 meint das kleinere Ausgangsquadrat woraus das nächstgrößere durch Hinzufügen des kleinstmöglichen Quadrats $= 1^2$ generiert wird. Die beiden Teile $2ab$ entsprechen den beiden Seiten des neuen Quadrats, siehe nachfolgende Grafik:

$$\begin{aligned} 5^2 &= (a + b)^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 \\ &= 4^2 + 2 \cdot 4 + 1^2 \end{aligned}$$



Der Übergang vom 4-Quadrat zum 5-Quadrat wird durch die additive Verknüpfung realisiert. Im Gegensatz dazu führt die Subtraktion jeweils vom größeren zum kleineren Quadrat. Der mittlere Teil $2a$ und die Verknüpfung plus/minus entscheidet, ob die Orientierung zur nächstgrößeren oder nächstkleineren Quadratzahl angesteuert wird:

$$\begin{aligned} \text{Quadrat } 7^2 \rightarrow 8^2 & \quad a^2 + 2a + 1^2 = 49 + 14 + 1 = 64 \quad (8^2) \\ \text{Quadrat } 7^2 \rightarrow 6^2 & \quad a^2 - 2a + 1^2 = 49 - 14 + 1 = 36 \quad (6^2) \end{aligned}$$

Es gibt allerdings zwei Möglichkeiten, diesen Transfer zu beschreiben und einzuordnen:

1. *additiv-subtraktive* Verknüpfung

$$\begin{aligned} \text{Quadrat } 3^2 \rightarrow 4^2 & \quad a^2 + 2a + 1^2 = 9 + 6 + 1 = 16 \quad (4^2) \\ \text{Quadrat } 4^2 \rightarrow 3^2 & \quad b^2 - 2b + 1^2 = 16 - 8 + 1 = 9 \quad (3^2) \end{aligned}$$

2. *elementare* Verknüpfung (*auch: Strukturkonsolidation*)

$$\begin{aligned} \text{Quadrat } 3^2 \rightarrow 4^2 & \quad a^2 + 2a + 1^2 = 9 + 6 + 1 = 16 \quad (4^2) \\ \text{Quadrat } 4^2 \rightarrow 3^2 & \quad b^2 - 2b + 1^2 = 16 - 8 + 1 = 9 \quad (3^2) \end{aligned}$$

Diese elementare Verknüpfung schlägt eine Brücke von dem Ausgangsquadrat (3^2) zu seinem Zwilling auf einer höheren Ebene (31^2), wie auch die 4^2 derartig mit ihrem Nachfolger 41^2 assoziiert ist. Dabei "verdichten" sich die Zahlen 9, 6 und 1 zu einer einheitlichen Form, die stets nach demselben Prinzip wächst. Die 3 entwickelt sich zur 31, 311 und so fort. Der dezimale Sprung ergibt sich hier durch Multiplikation der Ausgangszahl mit 10 plus dem Faktor 1^2 :

$$3 \cdot 10 = 30 + 1^2 = 31 \quad \rightarrow \quad 31 \cdot 10 = 310 + 1^2 = 311 \quad \rightarrow \quad 311 \cdot 10 + 1^2 = 3111$$

$$3^2 \quad \rightarrow \quad a^2 + 2a + 1^2 = 9 + 6 + 1 \quad \rightarrow \quad 961 = 31^2$$

$$31^2 \quad \rightarrow \quad a^2 + 2a + 1^2 = 961 + 62 + 1 \quad \rightarrow \quad 96721 = 311^2$$

$$311^2 \quad \rightarrow \quad a^2 + 2a + 1^2 = 96721 + 622 + 1 \quad \rightarrow \quad 9678321 = 3111^2$$

Im Falle der 31^2 werden zwei Stellen durch Überschreiben zu einer zusammengefasst (1+6=7).
 Im Falle der 311^2 werden vier Stellen zu zwei Stellen zusammengefasst (21+62=83) usw.

Wir können deshalb die beiden Möglichkeiten der Verknüpfung von Zahlenquadraten in einen Struktur- oder Hüllaspekt (Rahmen, Fläche, Quadrat) und einen Anteil, der den Inhalt oder die Qualität abbildet, gliedern.

$$\begin{array}{l} 3^2 \quad \rightarrow \quad a^2 + 2a + 1^2 = 9 + 6 + 1 \quad \rightarrow \quad 16 = 4^2 \quad \text{ordinal} \\ 3^2 \quad \rightarrow \quad a^2 + 2a + 1^2 = 9 + 6 + 1 \quad \rightarrow \quad 961 = 31^2 \quad \text{kardinal} \end{array}$$

Der ordinale Strukturanteil entspricht der additiven Verknüpfung, wie wir üblicherweise rechnen und der kardinale Anteil und die elementare Verknüpfung repräsentieren die Zwillingsentwicklung der Quadrate, die wir für gewöhnlich kaum beachten, obwohl beide Aspekte als gleichberechtigt anzusehen sind. Interessanterweise führt die elementar-dezimale Verknüpfung zur Definition des Dezimalsystems über den ti-Faktor $10/9 = 1.1111111111111111\dots$ und zu den Mersenn'schen Zahlen:

$$\begin{array}{l} \text{Dezimalsystem geometrisch (Einerschritte)} \quad = \quad 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ \text{usw.} \\ \text{Dezimalsystem arithmetisch} \quad = \quad 1.1111111111111111 \ \text{usw.} \end{array}$$

Zahl 1 und ihre elementar-dezimale Verknüpfung:

$$\begin{array}{l} \underline{0 \cdot 10 + 1^2 = 1} \\ 1 \cdot 10 + 1^2 = 11 \quad \text{binär 3} \\ 11 \cdot 10 + 1^2 = 111 \quad \text{binär 7} \\ 111 \cdot 10 + 1^2 = 1111 \quad \text{binär 15} \end{array}$$

Die Werte 1, 11, 111, 1111, usw. repräsentieren die dezimale Struktur aus lauter Einsen und gleichzeitig die Mersenn'schen Zahlen oder die Zahlenfolge 1, 3, 7, 15, und so weiter, wenn man die dezimalen Zahlenwerte *binär* interpretiert. Dezimal lässt sich die Reihe der Mersenn'schen Zahlen komprimiert über den Bruch $1/72$ (ein Kreisfünftel von 360 Grad,) abbilden:

$$0.01 + 0.003 + 0.0007 + 0.00015 + 0.000031 + 0.0000063 + 0.00000127 + \dots = 0.0138888888 = 1/72$$

Die Bedeutung der Mersenn'schen Zahlen liegt vor allem in ihren inneren Symmetrieeigenschaften, bei denen jede Teilung auf binärer Ebene reziproke und sich ergänzende Zahlenformen schafft:

$$\begin{array}{l} \text{zB:} \quad 31 = 25 + 6 \quad 25 \text{ b:} = 11001 \quad 31 = 17 + 14 \quad 17 \text{ b:} = 10001 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 06 \text{ b:} = \underline{00110} \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 14 \text{ b:} = \underline{01110} \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 31 \text{ b:} = 11111 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 31 \text{ b:} = 11111 \end{array}$$

Somit repräsentieren die Mersenn'schen Zahlen die höchste Symmetriefform im dezimal-binären Zahlenfeld, dessen "Gleichgewicht" nie gestört werden kann. (siehe auch die Edelgase).